À Lire Attentivement :

- ✓ Documents, calculatrices et téléphones portables interdits.
- ✓ Durée : 2 h 05 mins.
- ✓ Chaque question admet **une et une seule** bonne réponse.
- ✓ Pour chaque question, 1 point si réponse juste, 0 point si absence de réponse et $-1/2$ point si réponse fausse ou incohérente.
- ✓ Cocher (x) la bonne réponse.

Question 1. On pose $z = -\sqrt{2+\sqrt{2}} + i\sqrt{2-\sqrt{2}}$.

1) La forme algébrique de z^2 est :

- [ ] $2\sqrt{2} - i\sqrt{2}$
- [x] $2\sqrt{2} - 2i\sqrt{2}$
- [ ] $2+\sqrt{2} - i(2-\sqrt{2})$
- [ ] $2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}$

2) La forme exponentielle de z^2 est :

- [ ] $4e^{3i\pi/4}$
- [ ] $4e^{-3i\pi/4}$
- [ ] $4e^{i\pi/4}$
- [x] $4e^{-i\pi/4}$

3) La forme exponentielle de z est :

- [x] $2e^{7i\pi/8}$
- [ ] $2e^{i\pi/8}$
- [ ] $2e^{5i\pi/8}$
- [ ] $2e^{3i\pi/8}$

4) $\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ et $\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ sont les cosinus et sinus de :

- [ ] $\dfrac{7\pi}{8}$
- [ ] $\dfrac{5\pi}{8}$
- [x] $\dfrac{\pi}{8}$
- [ ] $\dfrac{3\pi}{8}$

Question 2. z vérifie $\overline{z} + |z| = 6 + 2i$; l'écriture algébrique de z est :

- [x] $\dfrac{8}{3} - 2i$
- [ ] $-\dfrac{8}{3} - 2i$
- [ ] $\dfrac{8}{3} + 2i$
- [ ] $-\dfrac{8}{3} + 2i$

Question 3. On pose $z = \sqrt{3} - i$ alors :

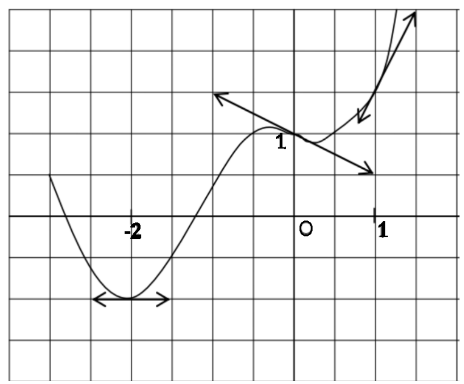
- [ ] $Arg(z) = -\dfrac{5\pi}{6}$
- [x] $Arg(\overline{z}) = \dfrac{\pi}{6}$
- [ ] $Arg(z) = \dfrac{\pi}{6}$
- [ ] $Arg(z) = \dfrac{5\pi}{6}$

Question 4. Dans le plan complexe, on donne les points A, B et C d'affixes respectives $-2+3i$, $-3-i$ et $2,08+1,98i$. Le triangle ABC est :

- [ ] isocèle et non rectangle
- [x] rectangle et non isocèle
- [ ] rectangle et isocèle
- [ ] ni rectangle ni isocèle

Question 5.

La courbe représentative d'une fonction f est donnée ci-après. En chacun des points indiqués, la courbe admet une tangente qui est tracée ? En vous servant du quadrillage :



1) La valeur de $f'(0)$ est :

- [ ] 1
- [ ] -1
- [x] $-1/2$
- [ ] 0

2) La valeur de $f'(-2)$ est :

- [ ] $3/2$
- [ ] -1
- [ ] $-1/2$
- [x] 0

3) La valeur de $f'(1)$ est :

- [ ] $3/2$
- [x] 2
- [ ] -1
- [ ] -2

Question 6. À tout nombre complexe $z \neq 2$, on associe le nombre complexe Z défini par : $Z = \dfrac{z-4i}{z+2}$.

1) L'ensemble des points M d'affixe z tels que $|Z| = 1$ est :

- [x] une droite
- [ ] un cercle privé d'un point
- [ ] un cercle de rayon 1
- [ ] une droite privée d'un point

2) L'ensemble des points M d'affixe z tels que Z est un réel est :

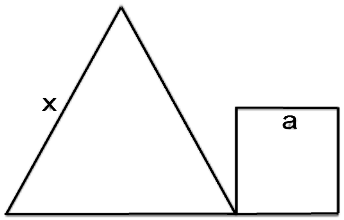
- [ ] un cercle
- [ ] un cercle privé d'un point
- [x] une droite privée d'un point
- [ ] une droite

Question 7. La limite en $+\infty$ de $\sqrt{x^2 - x + 2} - \sqrt{x^2 + 2x - 5}$ est :

- [ ] 1
- [ ] 0
- [ ] $\dfrac{1}{2}$
- [x] $-\dfrac{3}{2}$

Question 8.

Avec une même ficelle de longueur 1 m, on forme un triangle équilatéral de côté x et un carré de côté a. On note S la somme des aires du triangle et du carré.



1) La valeur de $S(x)$ est :

(x) $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{1}{16}(1-3x)^2$ ( ) $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{1}{16}(a-3x)^2$

( ) $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{1}{16}(1+3x)^2$ ( ) $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{1}{16}(a+3x)^2$

2) La valeur de x, pour laquelle $S(x)$ est minimale, est :

( ) $\frac{a\sqrt{3}}{3\sqrt{4}+9}$ ( ) $\frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{3}+9}$ ( ) $\frac{3a}{3\sqrt{4}+9}$ (x) $\frac{3}{4\sqrt{3}+9}$

3) Pour la valeur de x trouvée en 2), $\frac{x}{a}$ vaut :

( ) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (x) $\sqrt{3}$ ( ) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ( ) $\frac{1}{4}$

Question 9.

Une bande de 17 pirates dispose d'un butin composé de N pièces d'or d'égale valeur. Ils décident de se le partager également et de donner le reste au cuisinier (non pirate). Celui ci reçoit 3 pièces. Mais une bagarre éclate et 6 pirates sont tués. Tout le butin est reconstitué et partagé entre les survivants comme précédemment ; le cuisinier reçoit alors 4 pièces. Dans un naufrage ultérieur, seul le butin, 6 pirates et le cuisinier sont sauvés. Le butin est à nouveau partagé de la même manière et le cuisinier reçoit 5 pièces. La fortune minimale que peut espérer le cuisinier lorsqu'il décide d'empoisonner le reste des pirates est :

( ) 224 ( ) 411 ( ) 972 (x) 785

Question 10.

Soit $f(x) = \dfrac{x^2-2x}{x^2-1}$ une fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{-1, 1\right\}$ et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative.

1) Le signe de f' est celui de :

( ) x^2+x-1 ( ) x^2+x+1

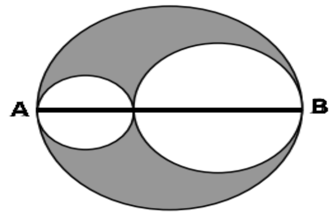
( ) x^2-x-1 (x) x^2-x+1

2) $(\mathcal{C})$ coupe la droite $(y=1)$ au point x égal à :

( ) $\frac{3}{2}$ (x) $\frac{1}{2}$ ( ) $\frac{2}{3}$ ( ) 0

Question 11.

On considère un point M sur le diamètre $[AB]$ d'un cercle. Il détermine deux cercles de diamètre $[AM]$ et $[MB]$. On pose $AB = 4$ et $AM = x$.



1) L'aire $A(x)$ de la surface colorée est définie par :

( ) $\frac{\pi}{2}(x^2-4x)$ ( ) $\frac{2}{\pi}(x^2-4x)$

(x) $\frac{\pi}{2}(4x-x^2)$ ( ) $\frac{2}{\pi}(4x-x^2)$

2) La position de M, pour laquelle $A(x)$ est maximale, est :

( ) 1 (x) 2 ( ) 3 ( ) 4

Question 12.

Une entreprise fabrique et vend chaque jour un nombre x d'objets. Chaque objet est vendu 100 FCFA. Le coût de production unitaire $U(x)$ exprime le coût de production par objet produit. On a déterminé qu'il est égal à $U(x) = x - 10 + \dfrac{900}{x}$ pour x appartenant à l'intervalle $I = [10; 100]$.

1) La production pour laquelle le coût unitaire est le plus bas est :

( ) 50 ( ) 10 ( ) 90 (x) 30

2) La valeur du bénéfice correspondant, à la production dont le coût unitaire est le plus bas, est :

(x) 1500 ( ) 500 ( ) 1200 ( ) 2500

3) L'expression du bénéfice global de l'entreprise est :

- ( ) $110 - x - \dfrac{900}{x}$
- ( ) $x^2 - 10x + 900$
- (x) $-x^2 + 110x - 900$
- ( ) $100x - 1000 + \dfrac{90000}{x}$

4) La production correspondant au bénéfice global maximal est :

- ( ) 50
- (x) 55
- ( ) 60
- ( ) 30

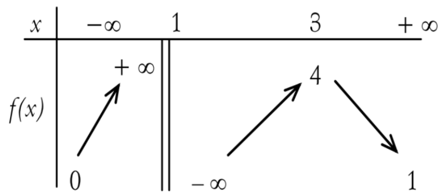
5) La valeur du bénéfice global maximal est :

- ( ) 2500
- ( ) 1500
- ( ) 3200
- (x) 2125

Question 13. Soit f la fonction trinôme telle que $f(x) = ax^2 + bx + c$. Le triplet (a, b, c) tel que sa courbe $\mathcal{C}_f$ admette au point $A(1;3)$ une tangente de cœfficient directeur égal à 1 ainsi qu'une tangente horizontale au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$. est :

- ( ) $(-1, 1, 3)$
- ( ) $(1, 1, 3)$
- ( ) $(1/2, -1, 3)$
- (x) $(1, -1, 3)$

Question 14. Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ dont le tableau de variation est :



1) L'équation $f(x) = 2$ admet exactement :

- ( ) 2 solutions
- (x) 3 solutions
- ( ) 1 solution
- ( ) 0 solution

2) La courbe de f admet exactement :

- (x) 2 asymptotes horizontales
- ( ) 1 asymptote horizontale
- ( ) 2 asymptotes verticales
- ( ) 3 asymptotes horizontales

Question 15. Soit (E) l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant $z = 1 - 2i + e^{i\theta}$, $\theta \in \mathbb{R}$, alors :

- ( ) (E) est une droite passant par le point d'affixe $2 - 2i$
- ( ) (E) est le cercle de centre d'affixe $-1 + 2i$ et de rayon 1
- (x) (E) est le cercle de centre d'affixe $1 - 2i$ et de rayon 1
- ( ) (E) est le cercle de centre d'affixe $1 - 2i$ et de rayon $\sqrt{5}$

Question 16. Soit F l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant : $|z - 1 + i| = |z + 1 + 2i|$. Soient les points A, B et C d'affixes respectives : $1 - i$, $-1 + 2i$ et $-1 - 2i$ alors :

- (x) (F) est la médiatrice du segment $[AC]$
- ( ) C est un point de (F)
- ( ) (F) est la médiatrice du segment $[AB]$
- ( ) (F) est le cercle de diamètre $[AB]$

Question 17. On considère dans l'ensemble des nombres complexes l'équation : $z + |z|^2 = 7 + i$. Cette équation admet :

- (x) Deux solutions distinctes qui ont pour partie imaginaire 1
- ( ) Une solution réelle
- ( ) Deux solutions dont une seule a pour partie imaginaire 1
- ( ) Une solution qui a pour partie imaginaire 2

Question 18. Soit z le nombre complexe de module $\sqrt{2}$ et d'argument $\dfrac{\pi}{3}$. La valeur de z^{14} est égale à :

- ( ) $-128\sqrt{3} - 128i$
- ( ) $64 - 64i$
- (x) $-64 + 64i\sqrt{3}$
- ( ) $-128 + 128i\sqrt{3}$

Question 19. On considère un hexagone régulier ABCDEF, dont les côtés sont de longueur 1. Le produit scalaire $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CF}$ est égal à :

- ( ) $\sqrt{3}$
- (x) -3
- ( ) $-\sqrt{3}$
- ( ) $\dfrac{3}{2}$

Question 20. Une fonction g est définie sur $]-\infty;0]$ par $g(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-2x}}{x-3}$; soit Γ sa courbe représentative dans un repère du plan :

- ◯ Γ n'admet pas d'asymptote
- ◯ Γ admet une asymptote d'équation $y=x$
- ◯ Γ admet une asymptote d'équation $y=1$
- ⓧ Γ admet une asymptote d'équation $y=-1$

Question 21. On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal, le point S d'affixe 3 et le point T d'affixe $4i$. Soit (E) l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z-3|=|3-4i|$. Alors :

- ◯ (E) est la médiatrice du segment $[ST]$
- ⓧ (E) est le cercle de centre S et de rayon 5
- ◯ (E) est la droite (ST)
- ◯ (E) est le cercle de centre Ω, d'affixe $3-4i$, et de rayon 3

Question 22. L'espace est rapporté au repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère les points $A(3;1;3)$ et $B(-6;2;1)$. Le plan $\mathscr{P}$ admet pour équation cartésienne $x+2y+2z=5$.

1) L'ensemble des points M de l'espace tels que $\|4\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|=2$ est :
   - ◯ Un plan de l'espace
   - ⓧ Une sphère
   - ◯ L'ensemble vide
   - ◯ Une droite
2) Les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point A sur le plan $\mathscr{P}$ sont :
   - ◯ $\left(\frac{7}{3};\frac{1}{3};-\frac{5}{3}\right)$
   - ◯ $\left(\frac{11}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$
   - ◯ $\left(\frac{8}{3};\frac{1}{3};\frac{7}{3}\right)$
   - ⓧ $\left(\frac{7}{3};-\frac{1}{3};\frac{5}{3}\right)$
3) La sphère de centre B et de rayon 1 :
   - ◯ coupe le plan $\mathscr{P}$ suivant deux points
   - ⓧ ne coupe pas le plan $\mathscr{P}$
   - ◯ coupe le plan $\mathscr{P}$ suivant un point
   - ◯ est tangente au plan $\mathscr{P}$
4) On considère la droite $\mathscr{D}$ de l'espace passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}(1;2;-1)$ et la droite $\mathscr{D}'$ d'équations paramétriques $\begin{cases} x=3+2t \\ y=\dfrac{3}{2}-7t \\ z=2+t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont :
   - ⓧ non coplanaires
   - ◯ coplanaires et parallèles
   - ◯ coplanaires et sécantes
   - ◯ coplanaires
5) L'ensemble des points M de l'espace équidistants des points A et B est le plan d'équation cartésienne :
   - ◯ $x+7y-z-7=0$
   - ⓧ $9x-y+2z+11=0$
   - ◯ $x+7y-z+7=0$
   - ◯ $9x-y+2z-11=0$

Question 23. L'intégrale $\displaystyle\int_{\sqrt{e}}^{e}\frac{dx}{x\ln(x)}$ vaut :

- ◯ $\dfrac{\ln(2)}{2}$
- ◯ $2\ln(2)$
- ◯ $\dfrac{1}{2}$
- ⓧ $\ln(2)$

Question 24. La limite en 0 de $\dfrac{\cos(2x)-1}{x\sin(x)}$ est :

- ◯ -1
- ◯ 1
- ⓧ -2
- ◯ 2

Question 25. J'ai le cinquième de l'âge que mon grand-père avait il y a 5 ans, lequel a 2 ans de plus que ma grand-mère qui a actuellement 63 ans. Mon âge actuel est :

- ◯ 14
- ◯ 15
- ◯ 18
- ⓧ 12

Question 26. Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0=2$ et $u_{n+1}=\dfrac{3}{5}u_n+3$. La limite de la suite (u_n) vaut :

- ⓧ $\dfrac{15}{2}$
- ◯ $\dfrac{3}{5}$
- ◯ $\dfrac{5}{3}$
- ◯ 3

****

* $\mathscr{F}$in *

****